

О. А. Чернигова¹, С. В. Миндеева¹

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРИКИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА MICROSOFT OFFICE EXCEL

Аннотация. В статье описывается актуальность применения комбинаторики в различных областях, т.к. с комбинаторными величинами приходится иметь дело представителям многих специальностей. В последнее время интерес к комбинаторике увеличился из-за успешного развития кибернетики. Рассмотрено несколько задач профессиональной направленности, которые авторы решают вручную и с помощью пакета Microsoft Office Excel. Далее проведен анализ между выбранными способами решения комбинаторных задач профессиональной направленности.

Ключевые слова: дискретная математика, комбинаторика, законы комбинаторики, перестановки, размещения, сочетания.

О. А. Chernigova¹, S. V. Mindeeva¹

¹ Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

THE SOLUTION OF PROBLEMS OF COMBINATORICS PROFESSIONAL DIRECTIONALITY USING THE MICROSOFT OFFICE EXCEL

Abstract. The article describes the relevance of combinatorics application in various fields, since representatives of many specialties have to deal with combinatorial quantities. Recently, interest in combinatorics has increased due to the successful development of Cybernetics. Several professional tasks that the authors solve manually and using the Microsoft Office Excel package are considered. Further, the analysis between the chosen methods of solving combinatorial problems of professional orientation is carried out.

Keywords: discrete mathematics, combinatorics, laws of combinatorics, permutations, placements, combinations.

Введение

Представителям многих профессий часто приходится иметь дело с задачами, в которых нужно подсчитать число возможных способов расположения некоторых предметов или число всех возможных способов осуществления некоторого действия. Примеры можно приводить более простые и сложные. Например: учителю, при назначении дежурств в классе или диспетчеру, при составлении расписания, ученому-химику при рассмотрении различных возможных типов связи атомов в молекулах, биологу – при изучении возможных последовательностей чередования аминокислот в белковых соединениях, диспетчеру – при составлении графика движения [3, с. 5].

Конечно, некоторый вдумчивый читатель скажет: зачем использовать компьютерные программы, если можно все посчитать вручную. Формирование представления о методах и приемах происходит тогда, когда человек выполняет действия вручную, осознавая каждый шаг. Таким образом, вырабатывается способность анализировать и интерпретировать полученные результаты. Но при этом не стоит забывать, что с большим объемом информации очень трудно работать вручную. И поэтому приходится использовать различные компьютерные программы, в том числе пакет Excel.

Не стоит забывать, что комбинаторика лежит в основе решения многих задач вероятностей, которая так же является важным разделом математики.

История вопроса

Обратившись к обширной истории вопроса, в рамках данной статьи мы укажем на то, что «с задачами комбинаторики людям приходилось сталкиваться еще в глубокой древности. Дальнейшее развитие комбинаторики произошло в связи с появлением таких игр как:

шашки, домино и шахматы. Для оценки шанса на победу, опытные игроки применяли технику вычисления общего количества ходов, включая как положительные, так и отрицательные исходы. В результате создавался набор комбинаций, увеличению вероятности выигрыша» [3, с.2].

В книге Джеймса Андерсона «Дискретная математика и комбинаторика» выделяют следующие основные операции и связанные с ними задачи комбинаторики:

- образование упорядоченных множеств, составление перестановок;
- образование подмножеств, путем составления сочетаний;
- образование упорядоченных подмножеств – составление размещений [1].

Множество рассматривается с точки зрения того, что с ним можно сделать. Понятие "неупорядоченное множество" можно описать как некий набор элементов, связанных между собой лишь отношением принадлежности данному множеству, а "упорядоченное множество" можно описать как множество, на котором задан некоторый порядок. Комбинаторика представляет собой раздел математики, базирующийся на изучении всевозможных перестановок, размещений, сочетаний, которые мы для удобства представим рисунками [6]. Главная задача состоит в выборе правильной комбинаторной конфигурации, которая определяет метод возведения конкретной конструкции из элементов.

Основные правила комбинаторики.

Все разнообразия комбинаторных формул могут быть выведены из двух основных утверждений, касающихся конечных множеств – правила суммы и произведения (рис. 1).

Правило суммы
 Если элемент a может быть выбран из совокупности элементов n_1 способами, а элемент b может быть выбран из этой же совокупности n_2 способами, то
или a или b могут быть выбраны $n_1 + n_2$ способами.

Правило произведения
 Если элемент a может быть выбран из совокупности элементов n_1 способами, а элемент b может быть выбран из этой же совокупности n_2 способами, то
и a и b могут быть выбраны $n_1 \cdot n_2$ способами.

Рис. 1. Правила комбинаторики

Далее рассмотрим простейшие элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Для более наглядного видения поместим их в виде рисунков (рис.2,3,4):

ПЕРЕСТАНОВКИ – комбинации по n элементов, отличающиеся друг от друга порядком расположения элементов.
 Число перестановок из n элементов: $P_n = n!$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n; \quad (n+1)! = n!(n+1)$$

Пример: элементы a, b, c ;
 перестановки – $a, b, c; b, a, c; c, a, b; b, c, a; a, c, b; c, b, a$.
 $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Перестановки с повторениями – если среди элементов в перестановке элемент a_1 повторяется r_1 раз, элемент a_2 повторяется r_2 раз, ..., элемент a_k повторяется r_k раз, $(r_1 + r_2 + \dots + r_k = n)$.

Число перестановок из n элементов с повторениями:

$$PP(n, r_1, r_2, \dots, r_k) = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

Рис. 2. Перестановки

РАЗМЕЩЕНИЯ – комбинации из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо порядком расположения элементов, либо самими элементами.

Число размещений из n элементов по m элементов:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!},$$

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1).$$

Пример: элементы a, b, c ;
размещения по два элемента – a, b ; b, a ; b, c ; c, b ; a, c ; c, a .

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Рис. 3. Размещения

СОЧЕТАНИЯ – комбинации из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга хотя бы одним элементом.

Число сочетаний из n элементов по m элементов:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Пример: элементы a, b, c ;
сочетания по два элемента – a, b ; b, c ; a, c .

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3.$$

Свойства: $C_n^m = C_n^{n-m}$; $\sum_{m=0}^n C_n^m = 2^n$.

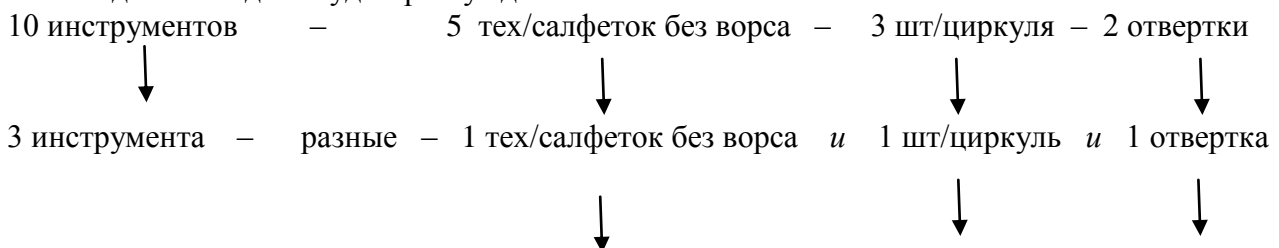
Число сочетаний с повторениями: $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$.

Рис. 4. Сочетания

Рассмотрим несколько задач профессиональной направленности, где возможно применение правил и элементов комбинаторики по формулам "вручную" и с помощью пакета Microsoft Office Excel.

Задача 1. Для выявления дефектов и механических повреждений на производстве инженеру-дефектоскописту необходимо осуществить выбор каждого инструмента по одному. Сколькими способами это можно сделать, если на складе имеется 5 салфеток технических без ворса; 3 штангельциркуля, 2 отвертки?

В данной задаче будем рассуждать схематически:



количество способов – $n_1 = 5$ $n_1 = 3$ $n_1 = 2$

Учитывая правило умножения (см. рис.1), необходимых три инструмента могут быть выбраны: $N = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$ способами.

Решение этой же задачи с помощью пакета Microsoft Office Excel.

Для начала введем данные в ячейки, затем в свободной ячейки после знака "=" вводим формулу умножения так, как это показано на рисунке 5. И получаем ответ данной задачи.

	A	B	C	D
1				
2		Задача 1		
3			Салветки технические без ворса	5
4			Шт/циркуля	3
5			Отвертки	2
6				
7			Кол-во способов	30

Рис. 5. Решение задачи в пакете Excel

Задача 2. Из 8 электрослесарей для выявления дефектов и механических повреждений масляного выключателя нужно отобрать по одному человеку. Сколькими способами это можно сделать, если все электрослесари имеют IV группу по электробезопасности (рис. 6).

ФИЛИАЛ ПАО «ФСК ЕЭС»		Технологическая карта № 91 на текущий ремонт масляного выключателя ВМТ-220Б, ВМТ-110Б с приводом ППрК-1400*		УТВЕРЖДАЮ: «_____» _____ 2016
Состав бригады**				Нормы времени
Профессия	Разряд	Группа по электробезопасности	Количество человек	На один выключатель
1. Электрослесарь - производитель работ	6	4	1	ВМТ-220: Электрослесари - 47,6 чел.ч
2. Электрослесарь	5	4	1	ВМТ-110: Электрослесари - 24 чел.ч
3. Электрослесарь	4	4	1	Водитель АГП ВМТ-220 - 8,1 чел.ч
4. Электрослесарь	3	3	1	Водитель АГП ВМТ-110 - 4,1 чел.ч
5. Водитель АГП	4	2	1	
Инструменты, приспособления и приборы***		Материалы		Меры безопасности
Ключи рожковые	2 к-та	Адаптон технический, л (объем на весь ремонт).	0,8	1. Перед началом работ убедиться в том, что силовые и оперативные цепи обесточены. 2. Работа при грозе или ее приближении запрещается. 3. В случае возникновения внештатных ситуаций, работу немедленно прекратить. 4. При проведении испытаний оборудования запрещается производство других работ на нем. 5. При работе выполнять требования:
Ключи нажимные	2 к-та	Бензин авиационный В-70, л(в объеме на весь ремонт)	2,0	
Молоток слесарный, массой 300 г	2 шт.	Ветошь, кг	4,0	
Набор отверток	1 к-т	Сапфетки технические, шт.	4,0	
Плоскогубцы	2 шт.	Смазка ЦИАТИМ-221, кг	0,5	
Щетка по металлу	2 шт.	Шкурка шлифовальная, м²	0,4	
Варевка Ø12 мм	15 м	Эмаль ПФ-115, кг	2,0	
Кисть волосная	2 шт.	Масло трансформаторное на доливку и запчастей -согласно дефектной ведомости		
Компрессор	1 шт.			
Краскопульт	1 шт.			
Лестница приставная	2 шт.			

Рис. 6. Технологическая карта на текущий ремонт оборудования

В данной задаче будем рассуждать при помощи понятий "множество" и "подмножество". Множество электрослесари $n=8$, а подмножество «слесарей идущие на выявления дефектов и механических повреждений масляного выключателя» $m=2$. Множество упорядоченное, так как его можно описать как множество, на котором задан некоторый порядок. Следовательно задача относится к размещению (см.рис.3):

$$A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 6} = 7 \cdot 8 = 56 \text{ способов.}$$

Решение этой же задачи с помощью пакета Microsoft Office Excel.

В данной задаче используется формула размещения, в пакете Excel она представлена в виде функции ПЕРЕСТ (рис. 7). Данная функция возвращает количество перестановок для заданного числа объектов, которые выбираются из общего числа объектов. Перестановка — это любое множество или подмножество объектов или событий, в котором важен внутренний порядок.

Для ввода функции надо выполнить следующие действия: после знака "=" открыть окно "Мастер функций", в категории "Статические" выбрать функцию ПЕРЕСТ, затем выбрать аргументы: число и число выбранных. В данной задаче мы набираем ячейку E9 и E10, где введены числа 8 и 2. И получаем ответ заданной задачи.

	A	B	C	D	E
1		Задача 2			
2			Число объектов	n=	8
3			Число выбираемых объектов	k=	2
4					
5			Число размещений	A(n,k) =	56

Рис. 7. Решение задачи в пакете Excel

Ответ задачи: 56 способами можно отобрать 2 из 8 электрослесарей для выявления дефектов и механических повреждений масляного выключателя.

Задача 3. Сколькими способами можно разбить 23 инженера некоторой лаборатории по 5 бригад так, чтобы в 4 бригадах было по 5 человек для работ по техобслуживанию оборудования, а в одной бригаде – 3 человека для работ по капитальному ремонту оборудования.

Создавая одну бригаду для работ по техобслуживанию оборудования, отбирают 5 человек из 23, но таких бригад 4, поэтому это нужно учесть при решении задачи. Создавая одну бригаду для работ по капитальному ремонту оборудования, берут 3 инженера, но уже из оставшихся. Отметим, что для выборок важен только состав, т.е. разряды членов бригады не различаются (по крайней мере, нам в задаче об этом не сказано). Поэтому эти выборки – сочетания из n различных элементов по m элементов, их число $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Создавая выборку для 4-х бригад по 5 человек, учитываем, что при составлении следующей бригады общее количество инженеров уменьшается каждый раз на 5. При этом пользуемся правилом умножения (см. рис.1):

$$N = C_{23}^5 \cdot C_{18}^5 \cdot C_{13}^5 \cdot C_8^5 = \frac{23!}{5!(23-5)!} \cdot \frac{18!}{5!(18-5)!} \cdot \frac{13!}{5!(13-5)!} \cdot \frac{8!}{5!(8-5)!} = \frac{23!}{(5!)^4 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)^4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 20778691437504.$$

Создавая выборку для оставшейся бригады, состоящей из 3-х человек получим:

$$C_3^3 = \frac{3!}{3!(3-3)!} = \frac{3!}{3!0!} = 1.$$

То есть выборку можно составить единственным способом. Это объясняется тем, что количество оставшихся человек совпадает с количеством нужных инженеров для капитального ремонта.

Таким образом, ответ нашей поставленной задачи: 20778691437504 способами можно разбить 23 инженера некоторой лаборатории по 5 бригад так, чтобы в 4 бригадах было по 5 человек для работ по техобслуживанию оборудования, а в одной бригаде – 3 человека для работ по капитальному ремонту оборудования.

Задачу 3 можно решить вторым способом, таким образом показать, что сочетание является обобщением для размещения и перестановки.

Число перестановок из 23 элементов с повторением (см.рис 2) и учитывая, что при составлении следующей бригады общее количество инженеров уменьшается:

$$N = C_{23}^3 \cdot PP(20; 5, 5, 5, 5) = PP(23; 3, 5, 5, 5, 5) = \frac{23!}{(5!)^4 3!} = 20778691437504.$$

То есть из сочетания может быть получена перестановка с повторением – расширением числа элементов подмножества до всего множества и их упорядочением.

Решение этой же задачи с помощью пакета Microsoft Office Excel.

В данной задаче используется две формулы:

- 1) считание;
- 2) умножение всех сочетаний.

Формула считания в пакете Excel представлена в виде функции ЧИСЛКОМБ. Данная функция возвращает количество комбинаций для заданного числа элементов. Функция используется для определения общего числа всех групп, которые можно составить из элементов данного множества.

Для ввода, используемой функции, надо сделать следующие шаги: после знака "=" открыть окно "Мастер функций", в категории "Математические" выбрать функцию ЧИСЛКОМБ, затем выбрать аргументы: число и число выбранных. В данной задаче мы набираем ячейку E4 и E5, где введены числа 23 и 5. Но при этом не забываем о том, что число выбираемых объектов каждый раз уменьшается на 5, поэтому в строке "Число объектов" составим ряд чисел от 23 до 8, каждый раз вычитая 5 от предыдущего. После растянем формулу ячейки E7 до H7, предварительно зафиксировав адрес ячейки E5, т.к число выбираемых объектов не меняется. Затем в ячейке E8 используем правило умножения сочетаний и через знак "*" перемножаем диапазон ячеек E7:H7. И получаем ответ задачи, представленный на рис. 8.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3			Задача 3					
4			Число объектов	n=	23	18	13	8
5			Число выбираемых объектов	k=	5			
6								
7			Число сочетаний	C(n,k) =	33649	8568	1287	56
8			Кол-во способов	N	20778691437504,00			

Рис. 8. Решение задачи в пакете Excel

Заключение

Методы комбинаторики используются для нужд не только управления, но и планирования работ в какой-либо профессиональной сфере. Они позволяют решить проблемы разного уровня, от количества способов выбора ветоши на подстанции до расчета вероятности возникновения рисков, связанных с несением убытков, потерей бизнеса и деловой репутации. Научиться решать подобного рода задачи можно в условиях технического вуза [5], а далее использовать на производстве.

Мы рассмотрели два способа решения задач комбинаторики. И можем сделать вывод, что метод решения вручную помогает лучше понимать и анализировать. Но при рассмотрении более сложных задач и большого объема информации, где выше вероятность совершить арифметическую ошибку, лучше всего использовать компьютерные программы, а именно, пакет Microsoft Office Excel. Тем более, компьютерное моделирование и экспериментирование есть современный подход к обучению вероятностно-статистическим дисциплинам в техническом вузе и этому вопросу посвящена статья Гефана Г.Д. [2].

Подводя итог, скажем, что в данной статье авторы постарались показать, что комбинаторика имеет широкую практическую составляющую. Иногда мы даже не задумываемся, что обращаемся к ней.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андерсон Д.А., Белова М.М. Дискретная математика и комбинаторика: учебник. Изд-во: Диалектика. Вильямс. – 2020. – 956 с.
2. Гефан Г.Д. Компьютерное моделирование и экспериментирование – современный подход к обучению вероятностно-статистическим дисциплинам в техническом вузе // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. №3 (39). С.172-177.
3. Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Элементы комбинаторики // перев. С укр. М, Главная редакция физ.-мат. Литературы изд-ва «Наука» – 1977. – 80 с.
4. Ледовская Я.О., Щёкина Е.О. Современные направления задач комбинаторики // Материалы XI Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум». URL: <http://scienceforum.ru/2019/article/2018014900>" (дата обращения: 06.03.2020)
5. Миндеева, С. В. Медиакomпетентность как ключевая в техническом вузе [Текст] / С.В.Миндеева // Наука Красноярья. – 2012. - №4(04). С.134-140.
6. Толстых О.Д., Медведева И.П. Теория вероятностей (случайные события): сборник типовых задач. Иркутск. – ИрГУПС, 2014. – 124 с.

REFERENCES

1. Anderson D.A., Belova M.M. Diskretnaya matematika i kombinatorika [Discrete mathematics and combinatorics]: *uchebnik. Izd-vo: Dialektika. Vil'yams*. 2020. pp. 956.
2. Gefan G.D. Komp'yuternoe modelirovanie i eksperimentirovanie – sovremennyy podhod k obucheniyu veroyatnostno-statisticheskim disciplinam v tekhnicheskom vuze [Computer modeling and experimentation – a modern approach to teaching probabilistic and statistical disciplines at a technical University]. *Sovremennyye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling]. 2013. No 3 (39). pp.172-177.
3. Ezhov I.I., Skorohod A.V., YAdrenko M.I. Elementy kombinatoriki [Elements of combinatorics]. *perev. S ukr. M, Glavnaya redakciya fiz.-mat. Literaturny izd-va «Nauka»* 1977. pp. 80.
4. Ledovskaya YA.O., Shchyokina E.O. Sovremennyye napravleniya zadach kombinatoriki [Modern directions of combinatorics problems]. *Materialy XI Mezhdunarodnoy studencheskoj nauchnoj konferencii «Studencheskiy nauchnyy forum»*. URL: <http://scienceforum.ru/2019/article/2018014900>" (data obrashcheniya: 06.03.2020)
5. Mindeeva, S. V. Mediakompetentnost' kak klyuchevaya v tekhnicheskom vuze [Media competence as key in a technical University] // *Nauka Krasnoyar'ya*. 2012. No 4(04). pp. 134-140.
6. Tolstyh O.D., Medvedeva I.P. Teoriya veroyatnostej (sluchajnye sobytiya) [Probability theory (random events)]: *sbornik tipovyh zadach. Irkutsk.* – IrGUPS, 2014. pp. 124.

Информация об авторах

Чернигова Ольга Алексеевна, студентка 1-го курса факультета «Транспортные системы», специальность «Приборы и методы контроля качества и диагностики», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: chernigova2000@inbox.ru

Миндеева Светлана Вильсуровна, старший преподаватель кафедры «Математика», Иркутский государственный университет путей и сообщения, г. Иркутск, e-mail: pasha15032007@yandex.ru

Authors

Chernigova Olga Alekseevna – student, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: chernigova2000@inbox.ru

Mindeeva Svetlana Vilsurovna – senior lecturer Subdepartment of Mathematics, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: pasha15032007@yandex.ru

Для цитирования

Чернигова О.А., Миндеева С.В. Решение задач комбинаторики профессиональной направленности с помощью пакета MICROSOFT OFFICE EXCEL // Молодая наука Сибири: электрон. науч. журн. — 2020. — №3(9). — Режим доступа: <http://mnv.irgups.ru/toma/39-2020>, свободный. — Загл. с экрана. — Яз. рус., англ. (дата обращения: 22.06.2020)

For citation

Chernigova O.A., Mindeeva S.V. The solution of problems of combinatorics professional directionality using the MICROSOFT OFFICE EXCEL // *Molodaya nauka Sibiri: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal* [Young science of Siberia: electronic scientific journal], 2020, no. 3(9). [Accessed 22/06/20]