***УДК** 512.64*

***Л. А. Кашапова [1], М. Д. Степанова [1], О. Д. Толстых [1]***

*[1] Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация*

# К ВОПРОСУ ОБ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ МАТРИЦ И УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Аннотация.** *При описании математических моделей многих реальных процессов часто используются линейные алгебраические системы. В связи с этим важным является вопрос об устойчивости системы и обусловленности матрицы. В данной статье рассматривается плохо обусловленная матрица, связанная с неустойчивостью обратной матрицы. С применением пакета Microsoft Office Excel проведены расчёты, когда незначительные изменения плохо обусловленной матрицы приводят к существенному изменению обратной матрицы, а также значительному изменению решения системы с такой матрицей. Здесь представлена также геометрическая интерпретация неустойчивой системы.*

**Ключевые слова***: обусловленность матрицы, плохо обусловленные (неустойчивые) системы, чувствительность системы, некорректная задача, обратная матрица.*

***L. A. Kashapova [1], M. D. Stepanova [1], O. D. Tolstykh[1]***

*[1] Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation*

# ON THE QUESTION OF MATRIX CONDITIONALITY AND STABILITY LINEAR ALGEBRAIC SYSTEMS

**Abstract.** *When describing mathematical models of many real processes, linear algebraic systems are often used. In this regard, the question of the stability of the system and the conditionality of the matrix is important. In this paper, we consider a poorly conditioned matrix associated with the instability of the inverse matrix. Using the Microsoft Office Excel package, calculations were performed when minor changes in a poorly conditioned matrix lead to a significant change in the inverse matrix, as well as a significant change in the solution of the system with such a matrix. The geometric interpretation of the unstable system is also presented here.*

**Keywords:** *matrix conditionality, poorly conditioned (unstable) systems, system sensitivity, ill-posed problem, inverse matrix.*

## Введение

Математические модели достаточно широкого круга технических процессов описываются системами линейных алгебраических и дифференциальных уравнений. Матричное исчисление позволяет достаточно компактно описать и исследовать такие модели. Методы матричного исчисления и решения систем алгебраических линейных уравнений (САЛУ) находят многочисленные применения в математике [7]. Матричное исчисление играет существенную роль в прикладных задачах механики и электротехники, служит основой развития современных методов расчёта строительных конструкций [1], [5], [6], [7]. При исследовании таких моделей важным является вопрос об устойчивости системы и обусловленности матрицы.

При описании модели важно получить систему, которая корректно описывает реальный процесс. Корректная постановка задачи означает, что решение непрерывно зависит от начальных условий, т.е., незначительные изменения, например, связанные с погрешностью округлений, не должны приводить к значительному изменению решения. Корректное описание линейной модели сохраняет существование и единственность решения задачи. Основной фактор, влияющий на устойчивость решения САЛУ – погрешность округлений при вычислениях. Некорректные задачи часто сводятся к решению систем уравнений с плохо обусловленной матрицей [2], [3], [4]. В [2] приведена корректная постановка физической задачи, где в описании математической модели возникает плохо обусловленная матрица. В [2] приведен модельный пример электрической цепи. В этом примере используется описание цепи линейной алгебраической системой. Приведённый здесь алгоритм имеет преимущества по сравнению с другими методиками описания электрической цепи.

В статье рассматриваются понятия обусловленности и устойчивости матриц. Приведена геометрическая интерпретация неустойчивой системы. С применением пакета Microsoft Office Excel проведены расчёты, когда незначительные изменения плохо обусловленной матрицы приводят к существенному изменению обратной матрицы, а также значительному изменению решения системы с такой матрицей.

**Обусловленность матрицы**

Введём понятия устойчивости и обусловленности матрицы. Пусть $A-$ неособенная матрица, т.е., её определитель $|A| \neq 0$ и существует обратная матрица $A^{-1}$. Изменение элементов матрицы $A$, очевидно, влечёт за собой изменение обратной матрицы. Характер изменения обратной матрицы определяет степень её обусловленности.

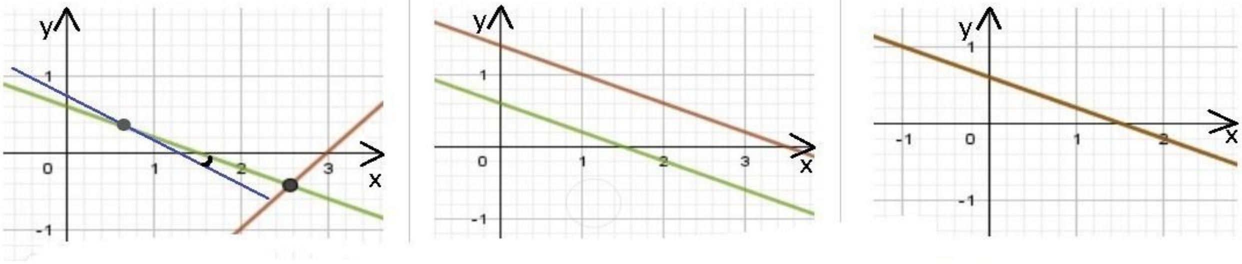
Пусть при незначительных изменениях элементов матрицы $A$ соответствующие изменения элементов обратной матрицы малы. Тогда матрица $A$ является хорошо обусловленной, а обратная матрица $A^{-1}$ устойчивой. В сравнении с этим матрица плохо обусловлена, а обратная матрица неустойчива, если несущественные изменения элементов матрицы приводят к значительному изменению обратной матрицы.

Для линейной алгебраической системы с плохо обусловленной матрицей малые изменения её элементов могут привести к значительному и некорректному изменению решения. Ошибочно считать, что определитель плохо обусловленной матрицы $A$ близок к нулю. Основное свойство: плохо обусловленная матрица остаётся такой же при умножении её на любое число, сколь угодно большое. Обусловленность матрицы часто связывают с произведением норм (определителей) взаимно обратных матриц.

**Интерпретация плохо обусловленной системы**

Отметим, что задача исследования и решения системы двух линейных уравнений допускает следующую простую интерпретацию. С геометрической точки зрения уравнения определяют прямые. Тогда исследование решения системы характеризуется взаимным расположением прямых на плоскости. Систему, имеющую единственное решение, можно интерпретировать как совокупность двух пересекающихся прямых (рис.1а). Параллельные прямые определяют несовместную систему (рис. 1б). Неопределённой системе с бесчисленным множеством решений соответствуют совпадающие прямые (рис. 1в).

Каждый замечал, что чем ближе друг к другу две точки, по которым должна быть построена прямая, тем больше может быть расхождение изображения этой прямой на значительном удалении от выбранных. Этот факт можно интерпретировать следующим образом: если прямые, соответствующие уравнениям системы, пересекаются под небольшим углом (система имеет единственное решение, а угловые коэффициенты прямых отличаются незначительно, т.е. прямые почти параллельны (рис.1а), то система оказывается неустойчивой, плохо обусловленной. В этом случае незначительное изменение одной из прямых может существенно изменить координаты точки пересечения, и, стало быть, решение системы.



**а) прямые пересекаются** **б) прямые параллельны** **в) прямые совпадают**

**Рис. 1. Геометрическая интерпретация линейной системы двух уравнений с двумя неизвестными**

## Плохо обусловленная матрица и анализ решения линейной системы с применением пакета Microsoft Office Excel

Рассмотрим неособенную матрицу $A$ с определителем $|A| = 1$, и к ней обратную матрицу $A^{-1}$, $|A^{-1}| = 1$:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 68 & -41 & -17 & 10 \\ -41 & 25 & 10 & -6 \\ -17 & 10 & 5 & -3 \\ 10 & -6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

В [7] обратная матрица найдена методом Гаусса (методом элементарных преобразований) ручным способом. Используя пакет Microsoft Office Excel, покажем, что эта матрица плохо обусловлена.

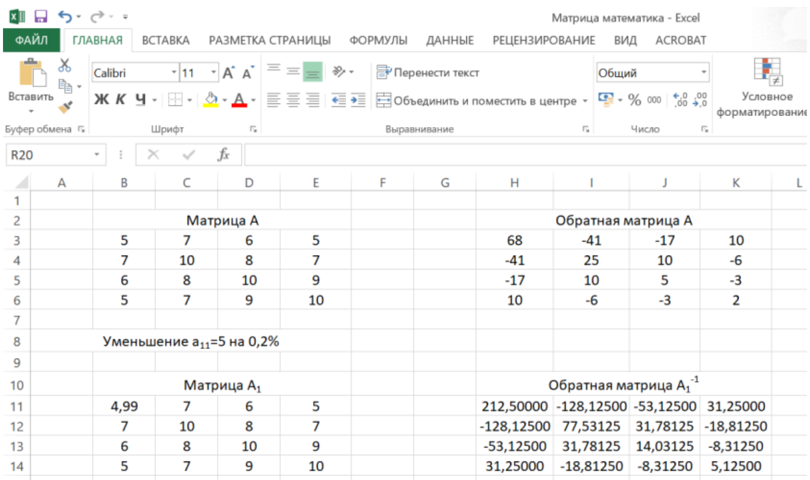
Уменьшим элемент $a_{11} = 5$ на 0,2%. Это изменение приводит к матрице $A_1$:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4{,}99 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad |A_1| = 0{,}32.$$

Приведём обратную матрицу $A_1^{-1}$

$$A_1^{-1} = \begin{pmatrix} 212{,}50000 & -128{,}12500 & -53{,}12500 & 31{,}25000 \\ -128{,}12500 & 77{,}53125 & 31{,}78125 & -18{,}81250 \\ -53{,}12500 & 31{,}78125 & 14{,}03125 & -8{,}31250 \\ 31{,}25000 & -18{,}81250 & -8{,}31250 & 5{,}12500 \end{pmatrix},$$

Результат нахождения обратной матрицы с применением пакета Excel представлен на рис. 2.



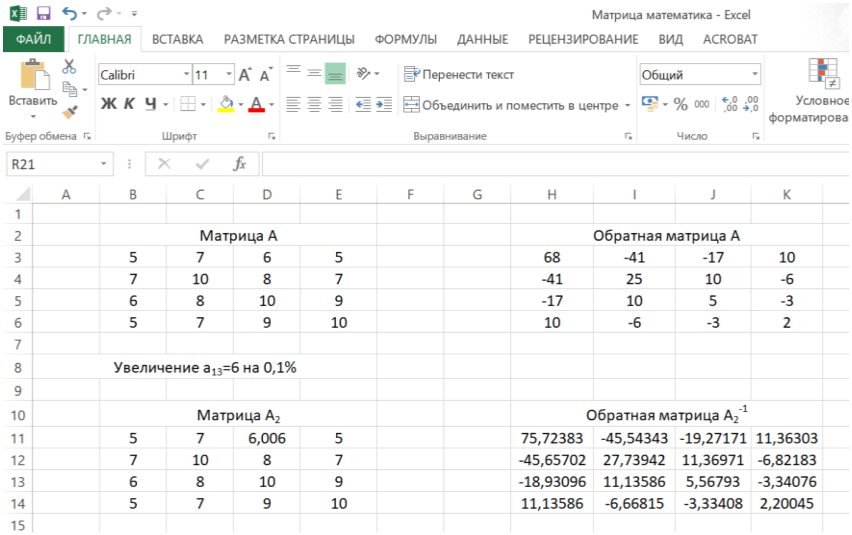

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Матрица A | | | | | | Обратная матрица A | | |
| 3 | | 5 | 7 | 6 | 5 | | | 68 | -41 | -17 | 10 |
| 4 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -41 | 25 | 10 | -6 |
| 5 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -17 | 10 | 5 | -3 |
| 6 | | 5 | 7 | 9 | 10 | | | 10 | -6 | -3 | 2 |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | Уменьшение $a_{11}$=5 на 0,2% | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Матрица $A_1$ | | | | | | Обратная матрица $A_1^{-1}$ | | |
| 11 | | 4,99 | 7 | 6 | 5 | | | 212,50000 | -128,12500 | -53,12500 | 31,25000 |
| 12 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -128,12500 | 77,53125 | 31,78125 | -18,81250 |
| 13 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -53,12500 | 31,78125 | 14,03125 | -8,31250 |
| 14 | | 5 | 7 | 9 | 10 | | | 31,25000 | -18,81250 | -8,31250 | 5,12500 |

**Рис. 2. Уменьшение элемента $a_{11}$ матрицы $A$. Обратная матрица $A_1^{-1}$**

Сравнивая обратные матрицы $A^{-1}$ и $A_1^{-1}$ на рис. 2, видим существенную разницу между соответствующими элементами. Довольно-таки незначительное уменьшение только одного элемента $a_{11}$ на $0{,}2\%$ повлекло значительное увеличение всех элементов соответствующей обратной матрицы по абсолютной величине практически в 3 раза, т.е. на $200\%$.

Для дальнейшего анализа рассмотрим изменение другого элемента матрицы $A$, например, $a_{13} = 6$ на $0{,}1\%$.

Результат вычисления обратной матрицы представлен на рис. 3.



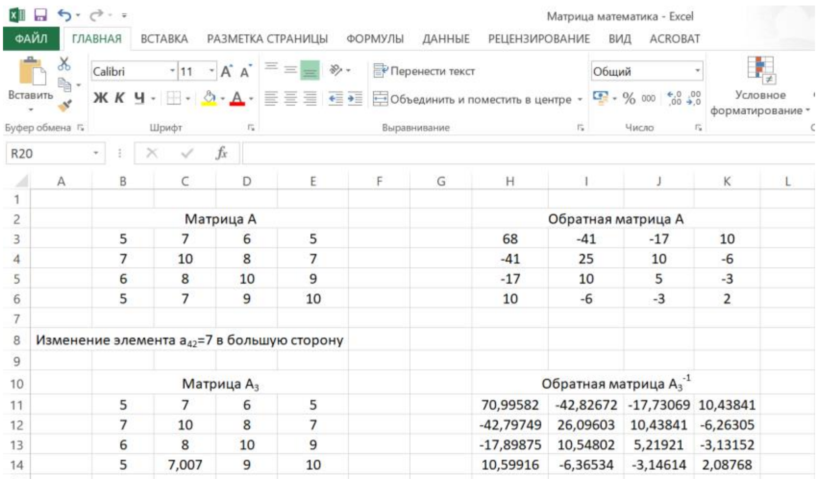
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Матрица A | | | | | | Обратная матрица A | | |
| 3 | | 5 | 7 | 6 | 5 | | | 68 | -41 | -17 | 10 |
| 4 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -41 | 25 | 10 | -6 |
| 5 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -17 | 10 | 5 | -3 |
| 6 | | 5 | 7 | 9 | 10 | | | 10 | -6 | -3 | 2 |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | Увеличение $a_{13}$=6 на 0,1% | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Матрица $A_2$ | | | | | | Обратная матрица $A_2^{-1}$ | | |
| 11 | | 5 | 7 | 6,006 | 5 | | | 75,72383 | -45,54343 | -19,27171 | 11,36303 |
| 12 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -45,65702 | 27,73942 | 11,36971 | -6,82183 |
| 13 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -18,93096 | 11,13586 | 5,56793 | -3,34076 |
| 14 | | 5 | 7 | 9 | 10 | | | 11,13586 | -6,66815 | -3,33408 | 2,20045 |
| 15 | | | | | | | | | | | |

**Рис. 3. Увеличение элемента $a_{13}$ матрицы $A$ на 0,1%. Обратная матрица $A_2^{-1}$**

При этом изменился определитель матрицы: $|A_2| = 0{,}89800$. В этом случае изменение элементов обратной матрицы гораздо меньше. Собственно, изменение элемента данной матрицы так же меньше, чем в первом случае (рис. 2).

Рассмотрим теперь расчёты обратных матриц при изменении одного из элементов матрицы $A$ в меньшую и большую сторону.

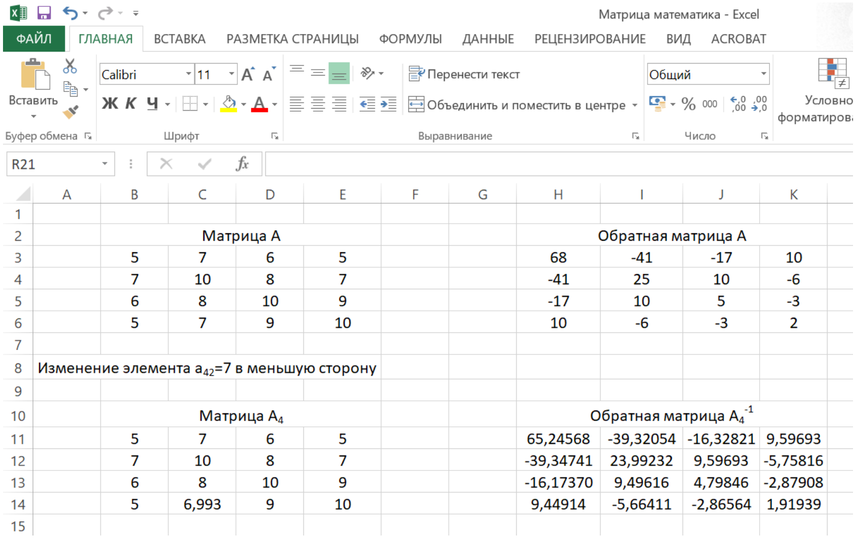
Увеличение элемента $a_{42} = 7$ на $0{,}1\%$ и соответствующая обратная матрица приведена на рис. 4.



| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Матрица A | | | | | | Обратная матрица A | | |
| 3 | | 5 | 7 | 6 | 5 | | | 68 | -41 | -17 | 10 |
| 4 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -41 | 25 | 10 | -6 |
| 5 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -17 | 10 | 5 | -3 |
| 6 | | 5 | 7 | 9 | 10 | | | 10 | -6 | -3 | 2 |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | Изменение элемента $a_{42}$=7 в большую сторону | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Матрица $A_3$ | | | | | | Обратная матрица $A_3^{-1}$ | | |
| 11 | | 5 | 7 | 6 | 5 | | | 70,99582 | -42,82672 | -17,73069 | 10,43841 |
| 12 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -42,79749 | 26,09603 | 10,43841 | -6,26305 |
| 13 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -17,89875 | 10,54802 | 5,21921 | -3,13152 |
| 14 | | 5 | 7,007 | 9 | 10 | | | 10,59916 | -6,36534 | -3,14614 | 2,08768 |

**Рис. 4. Увеличение элемента $a_{42} = 7$ матрицы $A$ на 0,1%. Обратная матрица $A_3^{-1}$**

Уменьшение элемента $a_{42} = 7$ матрицы $A$ на 0,1% приводит к обратной матрице на рис. 5.



| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Матрица А | | | | | | Обратная матрица А | | |
| 3 | | 5 | 7 | 6 | 5 | | | 68 | -41 | -17 | 10 |
| 4 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -41 | 25 | 10 | -6 |
| 5 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -17 | 10 | 5 | -3 |
| 6 | | 5 | 7 | 9 | 10 | | | 10 | -6 | -3 | 2 |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | Изменение элемента $a_{42}$=7 в меньшую сторону | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Матрица $A_4$ | | | | | | Обратная матрица $A_4^{-1}$ | | |
| 11 | | 5 | 7 | 6 | 5 | | | 65,24568 | -39,32054 | -16,32821 | 9,59693 |
| 12 | | 7 | 10 | 8 | 7 | | | -39,34741 | 23,99232 | 9,59693 | -5,75816 |
| 13 | | 6 | 8 | 10 | 9 | | | -16,17370 | 9,49616 | 4,79846 | -2,87908 |
| 14 | | 5 | 6,993 | 9 | 10 | | | 9,44914 | -5,66411 | -2,86564 | 1,91939 |
| 15 | | | | | | | | | | | |

**Рис. 5. Уменьшение элемента $a_{42} = 7$ на 0,1%. Обратная матрица $A_4^{-1}$**

Приведённые расчёты подтверждают, что исходная матрица $A$ плохо обусловлена.

Анализ результатов вычислений в пакете Microsoft Office Excel показывает, что чем меньше изменения элементов исходной матрицы, тем меньше соответствующие изменения обратных матриц.

Теперь рассмотрим решение линейной алгебраической системы с неособенной матрицей матричным методом: $AX = B \leftrightarrow X = A^{-1}B$.

Если матрица $A$ плохо обусловлена, то даже самые незначительные её изменения вызывают довольно большие изменения решения системы $AX = B$.

При решении системы численным методом выполняются многочисленные арифметические операции, при которых неизбежны округления, что эквивалентно незначительным изменениям элементов $A$.

Стало быть, плохая обусловленность матрицы $A$ линейной системы из-за округлений может привести к результатам, весьма далёким от истинных. Чтобы избежать подобной ситуации, следует проводить расчёты с большей точностью, уменьшая диапазон ошибок округления.

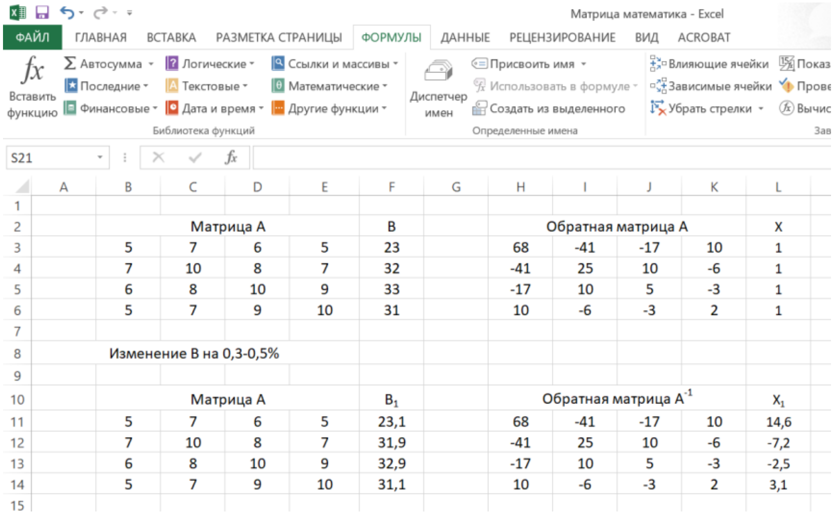
Так, в нашем примере изменение элемента $a_{11} = 5$ на 0,2% привело к изменению элементов обратной матрицы по модулю в 3 раза, что очень сильно влияет на решение системы. Например, для системы $AX = B$ с матрицей $A$:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix} \text{ и столбцом } B = \begin{pmatrix} 23 \\ 32 \\ 33 \\ 31 \end{pmatrix} \quad \text{решение} \quad X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Изменим столбец свободных членов $B$ системы с той же матрицей на 0,3-0,5%.

Тогда соответствующая система $AX = B_1$, где $B_1 = \begin{pmatrix} 23{,}1 \\ 31{,}9 \\ 32{,}9 \\ 31{,}1 \end{pmatrix}$, имеет решение $X_1 = \begin{pmatrix} 14{,}6 \\ -7{,}2 \\ -2{,}5 \\ 3{,}1 \end{pmatrix}$.

Решение этой системы матричным методом с использованием пакета Excel приведено на рис. 6 в последнем столбце.

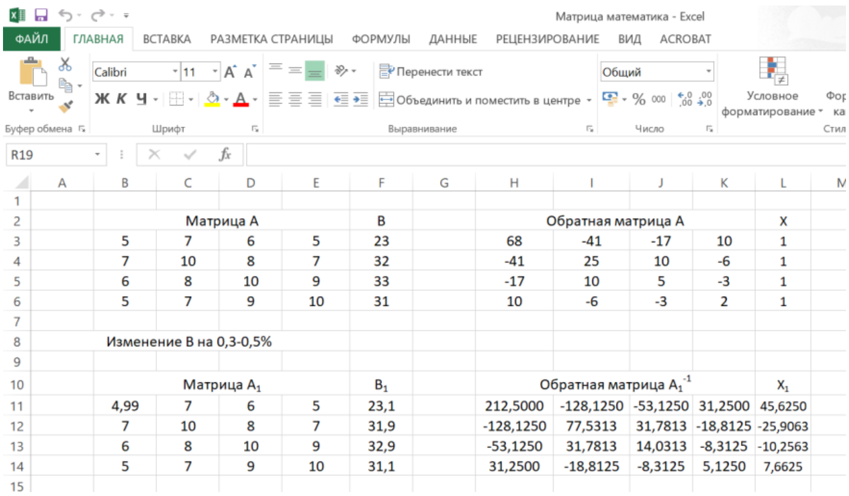


| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Матрица А | | | B | | | Обратная матрица А | | | X |
| 3 | | 5 | 7 | 6 | 5 | 23 | | 68 | -41 | -17 | 10 | 1 |
| 4 | | 7 | 10 | 8 | 7 | 32 | | -41 | 25 | 10 | -6 | 1 |
| 5 | | 6 | 8 | 10 | 9 | 33 | | -17 | 10 | 5 | -3 | 1 |
| 6 | | 5 | 7 | 9 | 10 | 31 | | 10 | -6 | -3 | 2 | 1 |
| 7 | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | Изменение B на 0,3-0,5% | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Матрица А | | | $B_1$ | | | Обратная матрица $A^{-1}$ | | | $X_1$ |
| 11 | | 5 | 7 | 6 | 5 | 23,1 | | 68 | -41 | -17 | 10 | 14,6 |
| 12 | | 7 | 10 | 8 | 7 | 31,9 | | -41 | 25 | 10 | -6 | -7,2 |
| 13 | | 6 | 8 | 10 | 9 | 32,9 | | -17 | 10 | 5 | -3 | -2,5 |
| 14 | | 5 | 7 | 9 | 10 | 31,1 | | 10 | -6 | -3 | 2 | 3,1 |
| 15 | | | | | | | | | | | | |

**Рис. 6. Решение системы $AX=B_1$**

Легко видеть, что изменение свободных членов системы на 0,3-0,5% привело к значительному изменению решения (в 3-15 раз). Обратите внимание и на знаки значений $x$.

На рис. 7 в последнем столбце представлено решение ещё одной системы $A_1X = B_1$.



| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Матрица А | | | B | | | Обратная матрица А | | | X |
| 3 | | 5 | 7 | 6 | 5 | 23 | | 68 | -41 | -17 | 10 | 1 |
| 4 | | 7 | 10 | 8 | 7 | 32 | | -41 | 25 | 10 | -6 | 1 |
| 5 | | 6 | 8 | 10 | 9 | 33 | | -17 | 10 | 5 | -3 | 1 |
| 6 | | 5 | 7 | 9 | 10 | 31 | | 10 | -6 | -3 | 2 | 1 |
| 7 | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | Изменение B на 0,3-0,5% | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Матрица $A_1$ | | | $B_1$ | | | Обратная матрица $A_1^{-1}$ | | | $X_1$ |
| 11 | | 4,99 | 7 | 6 | 5 | 23,1 | | 212,5000 | -128,1250 | -53,1250 | 31,2500 | 45,6250 |
| 12 | | 7 | 10 | 8 | 7 | 31,9 | | -128,1250 | 77,5313 | 31,7813 | -18,8125 | -25,9063 |
| 13 | | 6 | 8 | 10 | 9 | 32,9 | | -53,1250 | 31,7813 | 14,0313 | -8,3125 | -10,2563 |
| 14 | | 5 | 7 | 9 | 10 | 31,1 | | 31,2500 | -18,8125 | -8,3125 | 5,1250 | 7,6625 |
| 15 | | | | | | | | | | | | |

**Рис. 7. Изменение матрицы *A* и столбца свободных членов *B*. Решение системы $A_1X$=B₁**

Анализ решения системы $A_1X = B_1$ (рис. 2 и рис. 7) показывает, что с изменением свободных членов на 0,3-0,5% и изменением элемента $a_{11}$ на 0,2% решение соответствующей системы с плохо обусловленной матрицей изменилось практически в 7 - 45 раз.

**Заключение**

Плохая обусловленность матрицы в описании математической модели на практике приводит к неустойчивости соответствующей линейной системы.

Обычно матрица $A$ задана не абсолютно точно, а получена из эксперимента в результате расчётов, то есть с некоторой погрешностью. Если матрица $A$ оказывается плохо обусловленной, то соответствующая линейная система $AX = B$ оказывается неустойчивой, а её решение весьма грубым, а часто и не имеющим смысла. Это проблема связана с тем, что коэффициенты системы известны с погрешностями. Для плохо обусловленной системы даже небольшая неточность в любом из коэффициентов может давать довольно большую неточность в решении. Действительно, небольшие изменения элементов матрицы $A$, лежащие в пределах той погрешности, с которой эти элементы определены, могут вызвать настолько значительные изменения величины $X$, что сколько-нибудь правильное решение системы вообще не будет существовать. Такая большая неточность может даже привести к тому, что даже точное решение окажется бесполезным.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., – 1994. – 544 с.

2. Волобоев В.П., Клименко В.П Корректная формулировка физической задачи и плохо обусловленная матрица. [Текст] / В.П. Волобоев, В.П. Клименко // Институт проблем математических машин и систем НАН Украины. – Киев. – 2019 . с. 101-110. – Режим доступа https://elibrary.ru/item.asp?id=43042924. – (17.04.2021).

3. Исупов К.С. Современный подход к решению «некорректных» математических задач. [Текст] / К.С. Исупов // Вятский государственный университет. – Киров. – 2010. с. 294-302. – Режим доступа http://hpc-education.unn.ru/files/conference_hpc/2010/files/2010_294.pdf – (17.04.2021).

4. Калиткин Н.Н. Количественный критерий обусловленности систем линейных алгебраических уравнений. / [Текст] Н.Н. Калиткин, Л.Ф. Юхно, Л.В. Кузьмина. // Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва. Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 2. – с. 3-26.

5. Толстых О.Д., Миндеева С.В. Специальные разделы высшей математики: учебное пособие. Иркутск: ИрГУПС. – 2016. – 156 с.

6. Толстых О.Д., Миндеева С.В. Специальные разделы высшей математики: практикум. Иркутск: ИрГУПС. – 2016. – 72 с.

7. Толстых О.Д., Черниговская Т.Н. Основы линейной алгебры с приложениями в других разделах математики: учебное пособие. Иркутск: ИрГУПС. – 2017. – 148 с.

## REFERENCES

1. Amosov A. A., Dubinsky Yu. A., Kopchenova N. V. Computational methods for engineers: Textbook. – M.: Higher school, – 1994. – 544 p.

2. Voloboev V. P., Klimenko V. P. Correct formulation of a physical problem and a poorly conditioned matrix. [Text] / V. P. Voloboev, V. P. Klimenko // Institute of Problems of Mathematical Machines and Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine. – Kiev. – 2019. p. 101-110. – Access mode https://elibrary.ru/item.asp?id=43042924. – (17.04.2021).

3. Isupov K. S. Modern approach to solving "incorrect" mathematical problems. [Text] / K. S. Isupov / / Vyatka State University. – Kirov.– 2010. p. 294-302. – Access mode http://hpc-education.unn.ru/files/conference_hpc/2010/files/2010_294.pdf – (17.04.2021).

4. Kalitkin N. N. Quantitative criterion of conditionality of systems of linear algebraic equations. / [Text] N. N. Kalitkin, L. F. Yukhno, L. V. Kuzmina. // M. V. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow. Mathematical modeling. – 2011. – Vol. 23, No. 2. – p. 3-26.
5. Tolstykh O. D., Mindeeva S. V. Special sections of higher mathematics: textbook. Irkutsk: IrGUPS. – 2016 – 156 p.
6. Tolstykh O. D., Mindeeva S. V. Special sections of higher mathematics: practicum. Irkutsk: IrGUPS. – 2016. – 72 p.
7. Tolstykh O. D., Chernihiv T. N. Fundamentals of linear algebra with applications in other sections of mathematics: a textbook. Irkutsk: IrGUPS. – 2017. – 148 p.

**Информация об авторах**

*Кашапова Лина Алексеевна* – студентка 1 курса факультета «Строительство железных дорог», специальность «Мосты», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: lina.kashapova.2018@mail.ru

*Степанова Мария Дмитриевна* – студентка 1 курса факультета «Строительство железных дорог», специальность «Управление техническим состоянием железнодорожного пути», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: mashast2702@gmail.com

*Толстых Ольга Дмитриевна* – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры «Математика», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: tolgad05@mail.ru

**Author**

*Lina Alekseevna Kashapova* – 1st year student of the Faculty «Construction of Railways», specialty «Bridges», Irkutsk State University of Railways, Irkutsk, e-mail: lina.kashapova.2018@mail.ru

Maria Dmitrievna Stepanova – 1st year student of the Faculty «Construction of Railways», specialty «Management of the technical condition of the railway track», Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, e-mail: mashast2702@gmail.com

Olga Dmitrievna Tolstykh – Ph. D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of «Mathematics», Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, e-mail: tolgad05@mail.ru

**Для цитирования**

Кашапова Л.А. К вопросу об обусловленности матриц и устойчивости линейных алгебраических систем [Электронный ресурс] / Л. А. Кашапова, М. Д. Степанова, О. Д. Толстых // Молодая наука Сибири: электрон. науч. журн. — 2021. — №12. — Режим доступа: http://mnv.irgups.ru/toma/121-2021, свободный. — Загл. с экрана. — Яз. рус., англ. (дата обращения: 07.06.2021)

**For citation**

*Kashapova* L.A., Stepanova M.D., Tolstykh O.D. *On the question of matrix conditionality and stability linear algebraic systems*. *Molodaya nauka Sibiri: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal* [Young science of Siberia: electronic scientific journal], 2021, no. 12. [Accessed 07/06/21]