

УДК 681.5

М. В. Баканов<sup>1</sup>, Э. С. Балданов<sup>1</sup>, В. Н. Сизых<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Россия

## РАЗРАБОТКА ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АВТОНОМНЫМ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ

**Аннотация.** Для описания поведения автономного робота необходимо разработать его математическую модель. Это позволит проанализировать работу создаваемой системы управления и, при необходимости, внести необходимые корректировки. В статье рассматривается дискретная модель системы управления, созданная на основе разработанной ранее математической модели.

**Ключевые слова:** дискретная система, робот, разработка, математическая модель.

M. V. Bakanov<sup>1</sup>, E. S. Baldanov<sup>1</sup>, V. N. Sizykh<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk state transport university, Irkutsk, Russia

## DEVELOPMENT OF A DISCRETE CONTROL SYSTEM FOR AUTONOMOUS MOBILE ROBOT

**Abstract.** To describe the behavior of a autonomous robot, it is necessary to develop its mathematical model. This will allow to analyze the operation of the created control system and, if necessary, make the necessary corrections. The article considers a discrete model of a control system created on the basis of a previously developed mathematical model.

**Keywords:** discrete system, robot, development, mathematical model

**Введение.** При автоматизации любого процесса, существенное влияние на результат окажет точность моделирования. В настоящее время, дискретные модели начали вытеснять аналоговые. Однако, при переходе от аналоговой модели к дискретной неизбежно появляются погрешности, что может стать фатальным при моделировании высокоточных систем.

### Математическая модель мобильного робота

С учетом следящих приводов, полная математическая модель автономного робота [1] имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V \cos \varphi \\ \dot{y} = V \sin \varphi \\ \dot{\varphi} = \omega \\ \dot{V} = \frac{1}{\rho m} (\tau_R + \tau_L) \\ \dot{\omega} = \frac{1}{2\rho J_C} (\tau_R - \tau_L) \\ \dot{\tau}_L = -\frac{R}{L} \tau_L - \frac{K_M K_W i}{\rho L} \left( V - \frac{\omega l}{2} \right) + \frac{K_M}{L} U_L \\ \dot{\tau}_R = -\frac{R}{L} \tau_R - \frac{K_M K_W i}{\rho L} \left( V + \frac{\omega l}{2} \right) + \frac{K_M}{L} U_R \end{array} \right. \quad (1)$$

Математическая модель (1) представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений седьмого порядка с фазовым вектором

$(x, y, V, \varphi, \omega, \tau_L, \tau_R)$  и вектором управления  $(U_L, U_R)$  и может быть непосредственно использована при моделировании на любом алгоритмическом языке программирования.

Заметим, что в системе (1) лишь последние четыре уравнения зависимы между собой, а первые три – уравнения связи.

Продифференцируем шестое и седьмое выражения в системе уравнений (1) и с учетом подстановки в них четвертого и пятого уравнений получим

$$\begin{cases} \ddot{\tau}_L + a_{11}\dot{\tau}_L + \left(a_{12}\frac{1}{\rho m} - \frac{l^2}{4\rho J_C}\right)\tau_R + \left(a_{12}\frac{1}{\rho m} + \frac{l^2}{4\rho J_C}\right)\tau_L = b_{11}\dot{U}_L \\ \ddot{\tau}_R + a_{11}\dot{\tau}_R + \left(a_{12}\frac{1}{\rho m} + \frac{l^2}{4\rho J_C}\right)\tau_R + \left(a_{12}\frac{1}{\rho m} - \frac{l^2}{4\rho J_C}\right)\tau_L = b_{11}\dot{U}_R \end{cases} \quad (2)$$

где  $a_{11} = \frac{R}{L}$ ,

$$a_{12} = \frac{K_M K_W i_p}{\rho L},$$

$$b_{11} = \frac{K_M}{L},$$

$\dot{U}_L, \dot{U}_R$  – скорости изменения напряжения питания (управляющий параметр).

В матричном виде система уравнений (2) имеет вид

$$\ddot{X} + C\dot{X} + DX = Bu, \quad (3)$$

где  $X = (\tau_L, \tau_R)$  – вектор состояния системы;

$u = (\dot{U}_L, \dot{U}_R)$  – вектор управления;

$C = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{11} \end{bmatrix} = \text{diag}\{a_{11}, a_{11}\}$  – диагональная матрица;

$B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{11} \end{bmatrix} = \text{diag}\{b_{11}, b_{11}\}$  – диагональная матрица эффективности управления;

$D = \begin{bmatrix} a_{12}\frac{1}{\rho m} + \frac{l^2}{4\rho J_C} & a_{12}\frac{1}{\rho m} - \frac{l^2}{4\rho J_C} \\ a_{12}\frac{1}{\rho m} - \frac{l^2}{4\rho J_C} & a_{12}\frac{1}{\rho m} + \frac{l^2}{4\rho J_C} \end{bmatrix}$  – симметричная матрица ( $D^{-1} = D^T$ );

Таким образом, мобильный робот как объект управления является многосвязной и многомерной системой ( $m = 2, n = 2$ ).

### Переход к дискретным моделям

На основе данных, полученных в [1-3], перейдем к дискретной форме модели. Для этого воспользуемся функциями программной среды Matlab+Simulink.

Используя блоки дискретного моделирования, создадим несколько Simulink-моделей (рис. 1, 5, 16) и промоделируем.

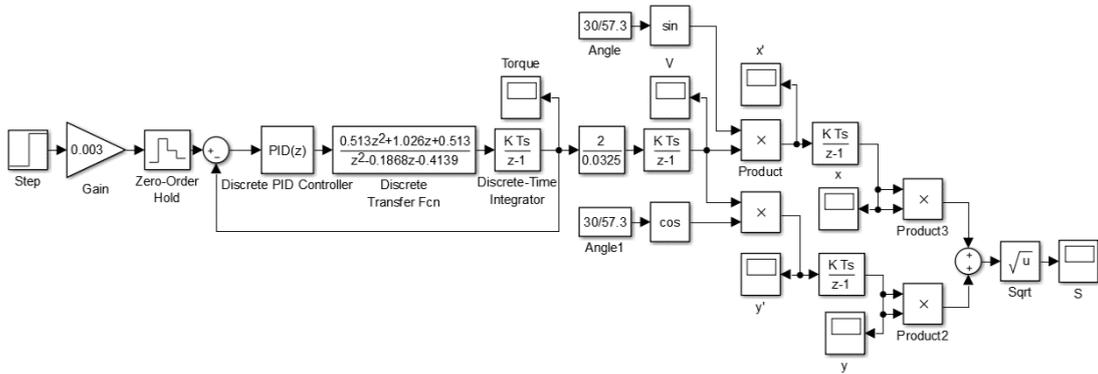


Рисунок 1 – дискретная Simulink- модель на основе ПИД- регулятора.

Сравним результаты моделирования аналоговой [1] и дискретной моделей. Графики представлены на рисунках 2-4.

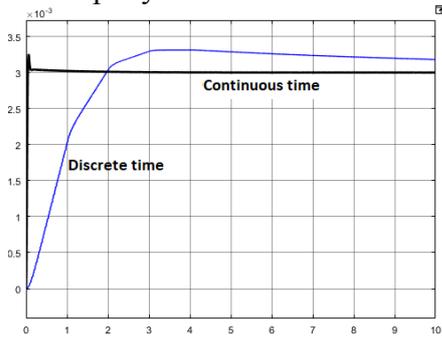


Рисунок 2 – управляющий момент колесной пары мобильного робота

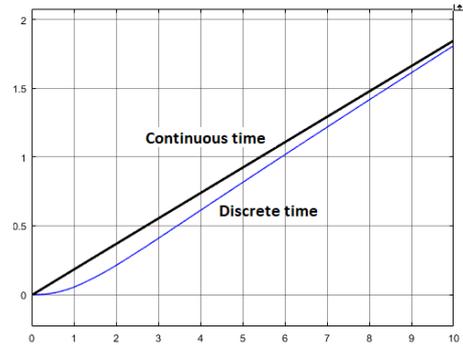


Рисунок 3 – изменение скорости робота в зависимости от времени



Рисунок 4 – изменение пути, пройденного роботом в зависимости от времени

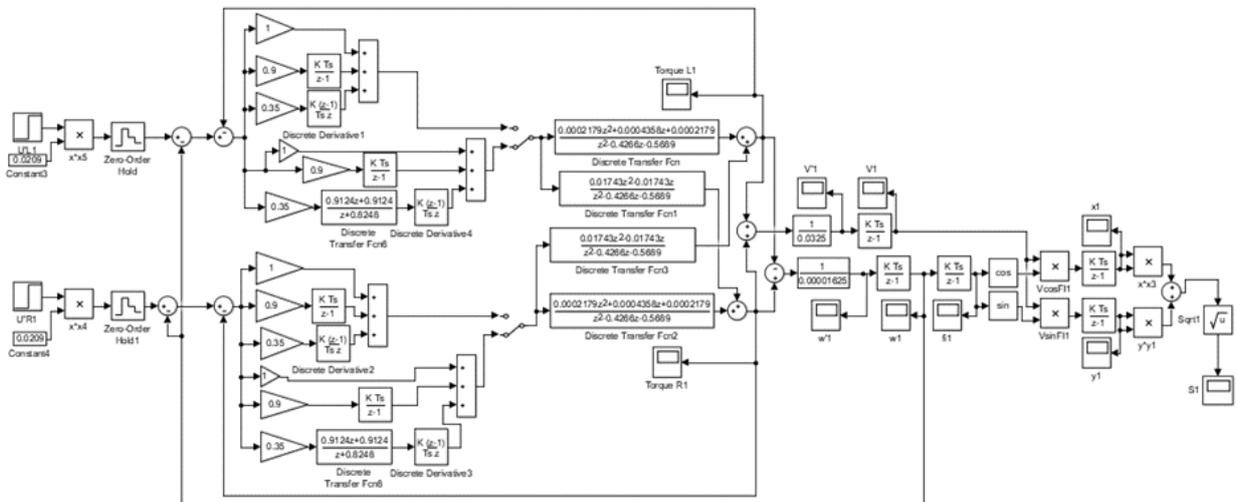


Рисунок 5 – дискретная Simulink- модель на основе модальных ПИД- регуляторов.

Сравним результаты моделирования аналоговой [2] и дискретной моделей. Графики представлены на рисунках 6-15.

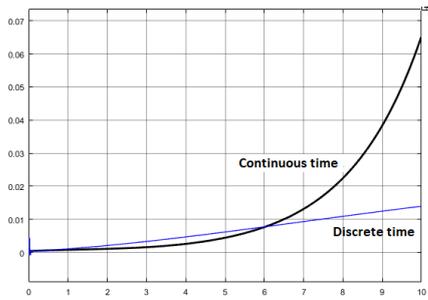


Рисунок 6 – момент левого колеса (идеальный ПИД1)

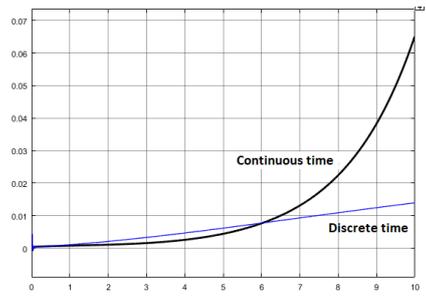


Рисунок 7 – момент левого колеса (реальный ПИД3)

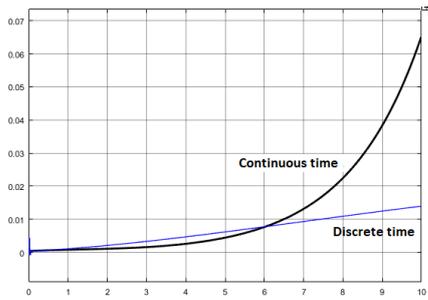


Рисунок 8 – момент правого колеса (идеальный ПИД2)

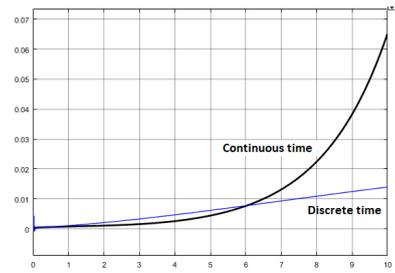


Рисунок 9 – момент правого колеса (реальный ПИД4)

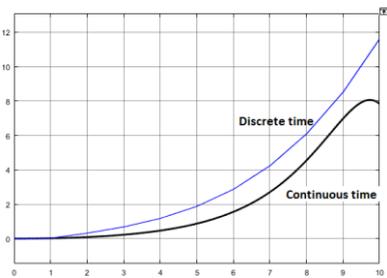


Рисунок 10 – изменение координаты x (идеальные ПИД)

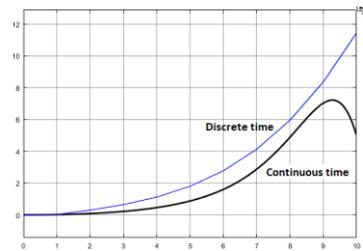


Рисунок 11 – изменение координаты x (реальные ПИД)

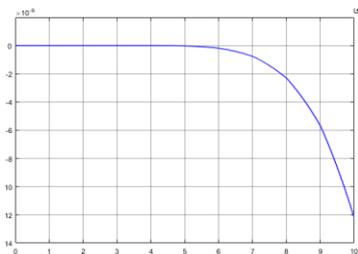


Рисунок 12 – изменение координаты y (идеальные ПИД)

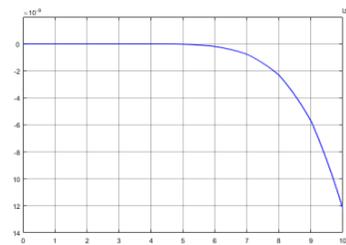


Рисунок 13 – изменение координаты y (реальные ПИД)

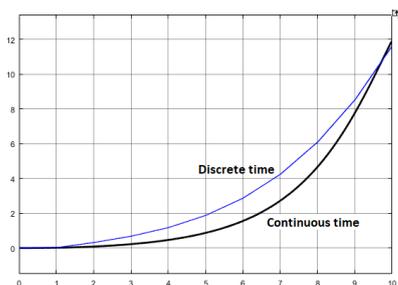


Рисунок 14 – изменение положения робота в пространстве (идеальные ПИД)

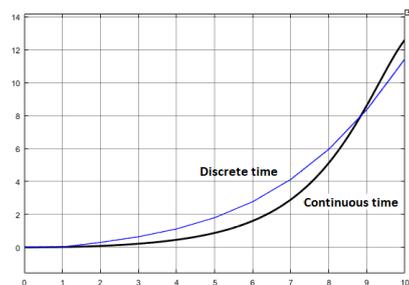


Рисунок 15 – изменение положения робота в пространстве (реальные ПИД)

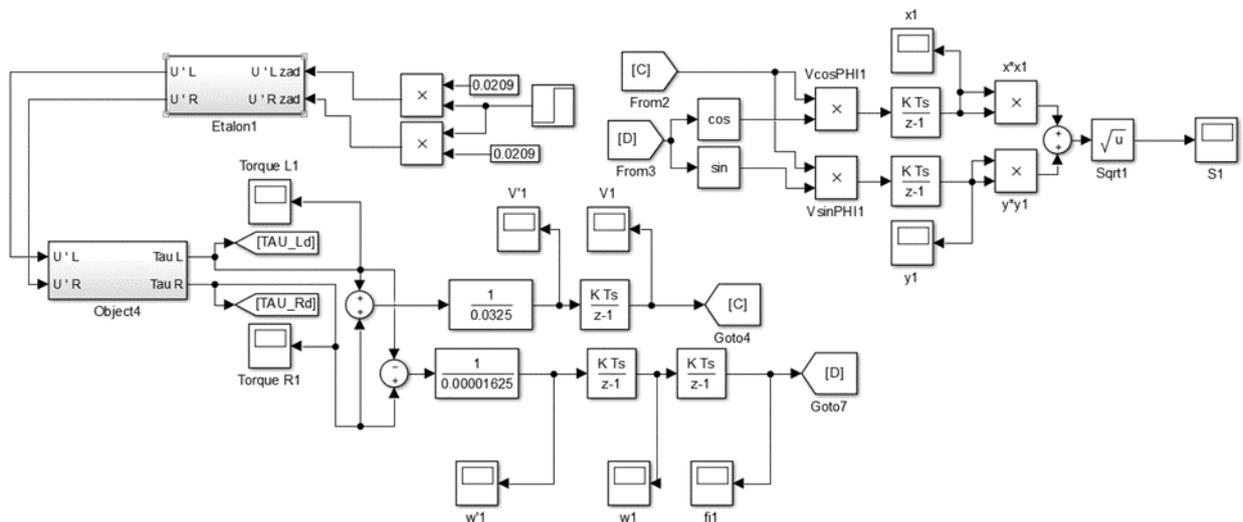


Рисунок 16 – дискретная Simulink- модель для управления на основе концепции ОЗД.

Модель состоит из следующих основных блоков:

- 1) блок многомерной математической модели углового движения робота, изображенный на рисунке 17;
- 2) блок, реализующий регулятор с двойным дифференцированием, на основе эталонных моделей колесной пары, изображенный на рисунке 18.

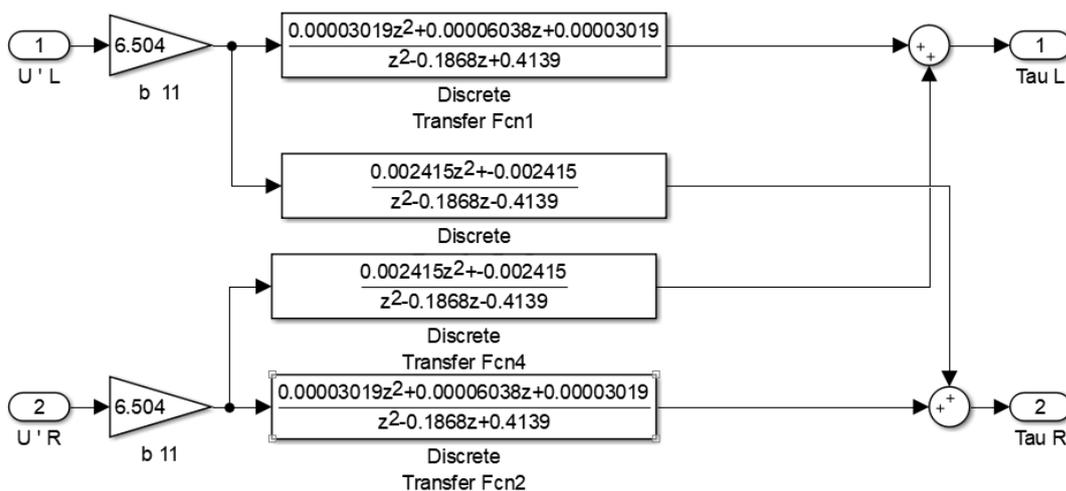


Рисунок 17 – многомерная математическая модель углового движения робота

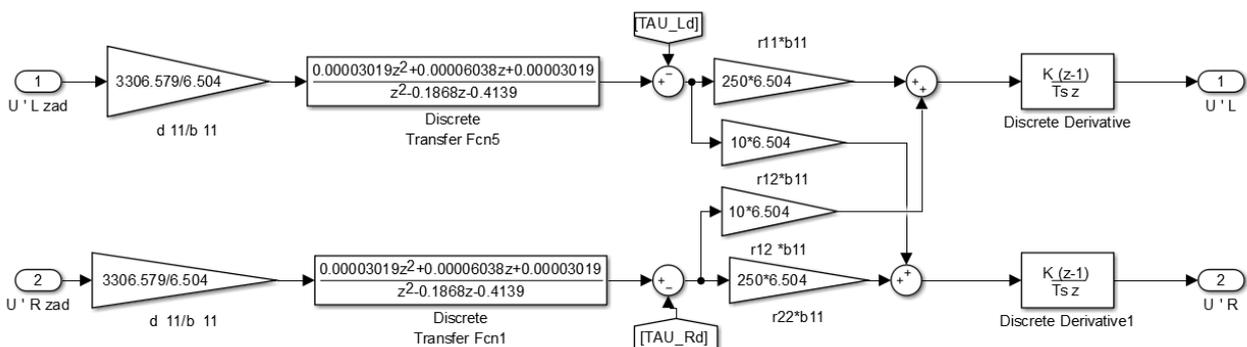


Рисунок 18 – регулятор на основе эталонной модели

Сравним результаты моделирования аналоговой и дискретной моделей. Графики представлены на рисунках 19-22.

На рисунке 19 и 20 приведены графики момента правого и левого колес;  
 На рисунке 21 приведен график линейной скорости робота;  
 На рисунке 22 приведен график изменения положения робота в пространстве.

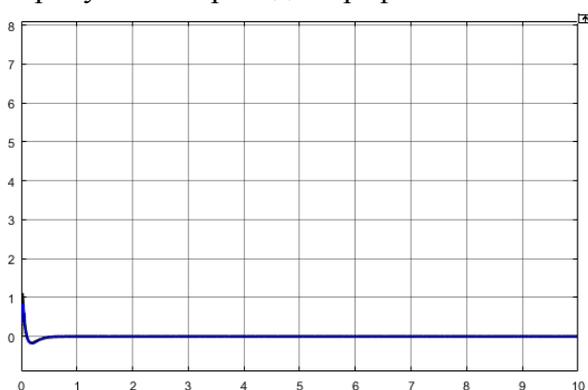


Рисунок 19 – момент левого колеса



Рисунок 20 – момент правого колеса

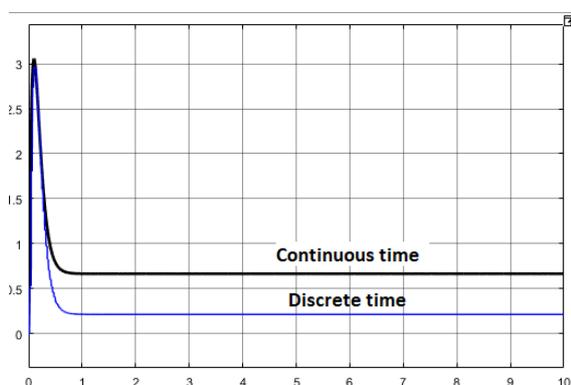


Рисунок 21 – линейная скорость робота

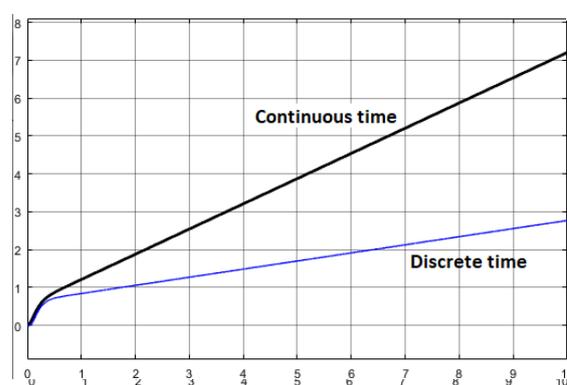


Рисунок 22 – изменение положения робота в пространстве

### Заключение

В результате проделанной работы получены следующие основные результаты:

1. обоснована актуальность и цель работы, проведен сравнительный анализ существующих методов теории СТАУ, показано, что одним из наиболее перспективных методов является метод построения модальных ПИД- регуляторов;
2. разработана полная математическая модель автономного мобильного робота и приведена его цифровая реализация в среде Matlab+Simulink;
3. проведен сравнительный анализ результатов моделирования автономного робота по моделям управления в аналоговом и цифровом виде.

Результаты моделирования показывают, что по сравнению с точной непрерывной математической моделью управления роботом, погрешности по координатам, угловым и линейным скоростям и моментам составляют 5-7 %, что позволяет сделать вывод по приемлемости разработанной цифровой модели робота, ее точному непрерывному аналогу.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сизых В.Н., Баканов М.В. Математическая модель для адаптивного управления трёхколёсным мобильным роботом // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2018. – №1. – С. 9-18.
2. Сизых В.Н., Баканов М.В. Модальное управление мобильным роботом при дифференциальном отклонении колесной пары // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2019.

– №1. – С. 62-71 – Режим доступа: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 25.03.2019)

3. Антошкин С. Б. Система управления автономного робота на основе метода обратных задач динамики / С. Б. Антошкин, М. В. Баканов, В. Н. Сизых // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2019. – Т. 62, № 2. – С. 15–23. – DOI: 10.26731/1813-9108.2019.2(62).15–23

4. V N Sizykh , S B Antoshkin , R A Daneev , M V Bakanov , A V Livshits and A A Aleksandrov Analytical design of control system mathematical models for mobile robots based on the methods of inverse problems of dynamics and modal PID controllers IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 760 (2020) 012053 doi:10.1088/1757-899X/760/1/012053

5. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления /Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.

6. Булгаков В.В. Сравнительный анализ формализованных методов синтеза регулятора следящей системы / В.В. Булгаков, В.С. Кулабухов // Приборы. 2013. № 1 (151). – С. 39-44.

7. Ким Д.П. Алгебраический метод синтеза линейных непрерывных систем управления / Д.П. Ким // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 1. – С. 9-15.

8. Сизых В.Н. Ассоциативный автомат адаптивного управления технологическими процессами на основе нейронных сетей / В.Н. Сизых, А.Ю. Мухопад // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2014. № 1 (54). – С. 34-45.

9. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления/ П. Д. Крутько – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.

10. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем / В.Н. Буков – Калуга: Изд-во научной литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 720 с.

## REFERENCES

1. Sizykh V.N., M.V. Bakanov. Matematicheskaya model' dlya adaptivnogo upravleniya trekhkolesnym mobil'nym robotom [A mathematical model for adaptive control of a three-wheeled mobile robot]. Transportnoe, gornoe i stroitel'noe mashinostroenie: nauka i proizvodstvo : materialy mezhdunar. nauch.-prakt. konf [Transport, mining and construction engineering: science and production: materials of the Intern. scientific and practical conf.]. St.Petersburg : SPbF NITs MS Publ., 2018. No. 1. Pp. 9–18.

2. Sizykh V.N., Bakanov M.V. Modal'noye upravleniye mobil'nym robotom pri differentsial'nom otklonenii kolesnoy pary [Modal control of the mobile robot at the differential deviation of wheel] // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnyimi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems: electronic scientific journal], 2019, No. 1, P. 62-71. [Accessed 25/03/19]

3. Antoshkin S. B., Bakanov M. V., Sizykh V. N. Sistema upravleniya avtonomnogo robota na osnove metoda obratnykh zadach dinamiki [An autonomous robot control system based on an inverse problems method in dynamics]. Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2019. Vol. 62, No. 2, pp. 15–23. DOI: 10.26731/1813-9108.2019.2(62).15–23

4. V N Sizykh , S B Antoshkin , R A Daneev , M V Bakanov , A V Livshits and A A Aleksandrov Analytical design of control system mathematical models for mobile robots based on the methods of inverse problems of dynamics and modal PID controllers IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 760 (2020) 012053 doi:10.1088/1757-899X/760/1/012053

5. Methods of classical and modern theory of automatic control. T.3: Synthesis of the controllers of automatic control systems (in Russian) /under edit by K.A. Pupkova and N.D. Egupova. - M.: Bauman Moscow State Technical University, 2004. - – 616 p.
6. Bulgakov V.V. Comparative analysis of the formalized methods of the following system controller synthesis / V.V. Bulgakov, V.S. Kulabukhov // Devices. 2013. № 1 (151). - – p. 39-44.
7. Kim, D.P. Algebraic method of synthesis of the linear continuous control systems (in Russian) // Mechatronics, automation, control. 2011. № 1. - – p. 9-15.
8. Sizykh, V.N. Association automaton of the adaptive control of the technological processes on the basis of the neural networks (in Russian) / V.N. Sizikh, A.Yu. Muhopad // Scientific Bulletin of the Novosibirsk State Technical University. 2014. № 1 (54). - – p. 34-45.
9. Krutko, P.D. Inverse problems of dynamics in the theory of the automatic control (in Russian) / P.D. Krutko - M.: Mashinostroenie, 2004. - – 576 p.
10. Bukov V.N. System investment. Analytical Approach to the Analysis and Synthesis of the Matrix Systems / V.N. Bukov - Kaluga: Research Literature, N.F. Bochkareva, 2006. - – 720 p.

#### **Информация об авторах**

*Баканов Максим Витальевич* – магистрант, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: [maximbakanov@mail.ru](mailto:maximbakanov@mail.ru)

*Балданов Эдуард Станиславович* - магистрант, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail:

*Сизых Виктор Николаевич* – д. т. н., профессор кафедры автоматизации производственных процессов, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: [sizykh\\_vn@mail.ru](mailto:sizykh_vn@mail.ru)

#### **Authors**

Maxim V. Bakanov – master student, Irkutsk state transport university, Irkutsk, e-mail: [maximbakanov@mail.ru](mailto:maximbakanov@mail.ru)

Eduard S. Baldanov – master student, Irkutsk state transport university, Irkutsk, e-mail:

Victor N. Sizykh – doctor of technical sciences, professor of department «Automation of production processes», Irkutsk state transport university, Irkutsk, e-mail: [sizykh\\_vn@mail.ru](mailto:sizykh_vn@mail.ru)